★前回の課題の解答

Q12. What is the approximate average access time in milliseconds (ms) of a magnetic disk with the specifications shown in the table below? Approximate average access time is the sum of average seek time, track-to-track seek time, and average rotational delay. Here, the controller overhead can be ignored.

Average seek time	7.5 ms
Track to track seek time	1.2 ms
Rotational speed	7,200 rpm

a) 11.67 b) 12.87 c) 15.83 d) 25.

問題の「おおよその平均アクセス時間」というのは、平均待ち時間と言います。
平均待ち時間＝平均位置決め時間（average seek time + track to track seek time）＋平均回転待ち時間
平均回転待ち時間（search time）は1回転の時間が
$\frac{60s}{7200rpm} = 0.00833s = 8.33ms$ですから、その半分の$4.17ms$です。

したがって解答は、$7.5ms + 1.2ms + 4.17ms = 12.87ms$ です。答えは（ｂ）です。

①-1　10進数と2進数（Decimal and Binary）

・私たちは普段から10進数や60進数を使って数を表しています。コンピュータは2進数によって数を表します。

・10進数の表し方　$a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \cdots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + \cdots + a_{-1} \times 10^{-1} + \cdots$

＜例＞　$(315.1)_{10} = 3 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1}$

・2進数の表し方　$b_n \times 2^n + b_{n-1} \times 2^{n-1} + \cdots + b_1 \times 2^1 + b_0 \times 2^0 + \cdots + b_{-1} \times 2^{-1} + \cdots$

＜例＞　$(1011.1)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$

したがって、2進数から10進数へ変換するには、上の例の2の累乗の値をすべて足し合わせる。

$$(1011.1)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} = 8 + 2 + 1 + 0.5 = (11.5)_{10}$$

＜例＞次の2進数の値を10進数に変換しなさい。

(1) $(1101)_2 = 2^3 + 2^2 + 2^0 = 8 + 4 + 1 = (13)_{10}$

(2) $(101101.11)_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} = 32 + 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.25 = (45.75)_{10}$

①-2　8進数と16進数（Octal and Hexadecimal）

・情報処理の分野では、2進数から変換しやすい8進数や16進数が良く使用されます。
8進数は1つの桁を0から7の8個の数字を使って表します。
16進数は1つの桁を0からFまでの16個の数字とアルファベット文字で表わします。

＜例＞2進数$(111101.010)_2$を8進数に変換しなさい。
※2進数3桁で8進数1ケタに対応する。

$(111101.010)_2 = 111\ \ 101\ \ \ 0.010 = (75.2)_8$

＜例＞2進数$(1111011.0101)_2$を8進数に変換しなさい。
※2進数4桁で16進数1ケタに対応する。

$(1111011.0101)_2 = 0111\ \ 1011\ \ \ 0.0101 = (7B.5)_{16}$

＜例＞　次の8進数と16進数を2進数に変換しなさい。

$(1)(45.7)_8 = (100\ \ \ 101\ \ \ .111)_2 = (100101.111)_2$
$(2)(4CA.7)_{16} = (0100\ \ \ 1100\ \ \ 1010\ \ \ .0111)_2 = (010011001010.0111)_2$

①-3 10進数から2進数への変換

・10進数を2の累乗の値に分解できれば、2進数への変換は簡単にできます。

$$(100)_{10} = 64 + 32 + 4 = 2^6 + 2^5 + 2^2 = (1100100)_2$$

しかし、2の累乗の値への変換は、簡単ではないことが多いです・・。
そこで簡単な計算によって10進数から2進数へ変換します。

10進数（整数）を2進数へ変換する手順
① 10進数を2で割り算して、余りと商（割り算の答え）を求める。
② 商（10進数）を再び2で割り算して、余りと商を求める。
③ 割り算の商が0になるまで②を繰り返す。
④ 割り算の余りを求めた順とは逆に並べると2進数が得られる。

＜例＞ $(151)_{10}$を2進数に変換しなさい。

- 10進数（1未満の値）を2進数に変換するには、以下の手順で計算をする。
  ① 10進数（1未満の値）に2を掛け算する。
  ② 掛け算の答えの整数値（0か1）を取りのぞき、残った値（1未満）に再び2を掛け算する。
  ③ 整数値を取りのぞいたあとの残った値が0になるまで②を繰り返す。
  ④ 掛け算の結果から取り除いた整数値を順番に並べると2進数になります。

＜例＞ $(0.8125)_{10}$を2進数に変換しなさい。

＜例＞ $(0.65)_{10}$を2進数に変換しなさい。

②-1補数（complement）

・補数は、ある数を決められた値にするために補う数のことです。

例えば、2桁の10進数の値11を決められた値0にするため補う値は、
$11 + X = 100$より、10の補数は$X = (89)$です。
また、9の補数は$X = (88)$です。

・2進数の補数は、以下の方法で求めます。
・1の補数　2進数の各桁の値が0のときは1、1のときは0に変更する。
・2の補数　1の補数に1を足し算する。

＜例＞8桁の2進数$(00110110)_2$の1の補数と2の補数を求めなさい。

1の補数は、$(11001001)_2$です。

2の補数は、$(11001001)_2 + (00000001)_2 = (11001010)_2$

＜例＞8桁の2進数$(01001100)_2$の1の補数と2の補数を求めなさい。

②-2 固定小数点数

・固定小数点数は、小数点の位置を固定してある数値のことです。2進数の桁数は決められています。

10進数の値10から-10までを8桁の固定小数点数で表わす。

10進数	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5
固定小数点数	00000101	00000100	00000011	00000010	00000001	00000000	11111111	11111110	11111101	11111100	11111011

プラスの値は最上位ビット（Most Significant Bit：MSB）が0です。マイナスの値は最上位ビットが1です。

また、マイナスの固定小数点数は2の補数で表わされています。

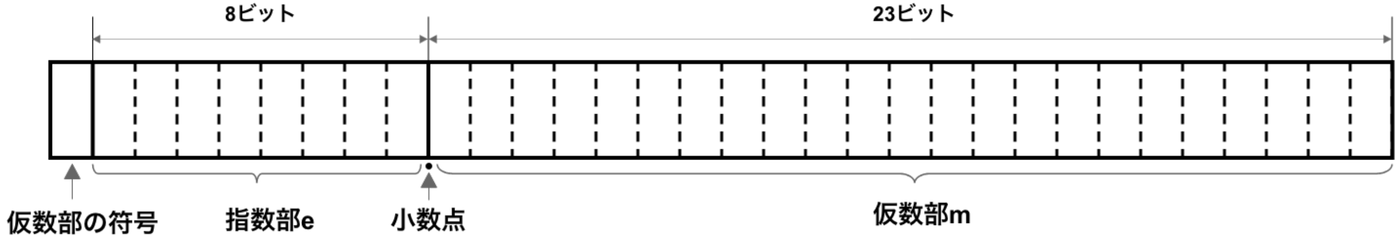
＜例＞8桁の固定小数点数を使って表すことができる10進数の整数値の範囲を答えなさい。

③-1　浮動小数点数

・浮動小数点数は、非常に大きな実数値や非常に小さな実数値を指数表記を用いて表します。
　※指数表記：たとえば10進数$(57000)_{10}$を有効桁数3桁の指数表記にすると・・

$$57000 = 5.70 \times 10^4 = 57.0 \times 10^3 = 570 \times 10^2$$

・浮動小数点数の形式
　　①IEEE754 32bit（単精度）



・仮数部の符号（1ビット）：プラスなら0、マイナスなら1
・指数部の値（8ビット）：バイアス（bias）が127です。
・仮数部の値（23ビット）：仮数部（正規化されている）の小数部の値

＜例＞　IEEE754単精度の浮動小数点数$(11000010101010100100000000000000)_2$を10進数に変換しなさい。
まずは仮数部の符号$(11000010101010100100000000000000)_2$は、1なのでマイナスです。

次に指数部の値 $(11000010101010100100000000000000)_2$は、$(10000101)_2 = 2^7 + 2^2 + 2^0 = (133)_{10}$
ただし、この値には127が足し算されているので、指数の値は$133 - 127 = 6$です。

そして仮数部の値$(11000010101010100100000000000000)_2$は、$(1.010101001)_2$です。
つまり、$(1.010101001)_2 \times 2^6 = (2^0 + 2^{-2} + 2^{-4} + 2^{-6} + 2^{-9}) \times 2^6 = 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0 + 2^{-3}$
$= (85.125)_{10}$　答えは$(-85.125)_{10}$です。

＜例＞10進数の「0.375」を32ビットの浮動小数点数（IEEE754）の形式で表現せよ。

- はじめに$(0.375)_{10}$を2進数に変換します。

- つぎに2進数をIEEE754の規則に従い正規化（normalization）します。

- 正規化後の指数の値にバイアス値（127）を足し算して、8ケタの2進数に変換します。

- IEEE754単精度の規則に従い2進数の数値を並べます。